Presentazione:

Siamo un gruppo di cinque studenti del Liceo "G. Piazzi - C. Lena Perpenti" di Sondrio: Grace Cusini, Alessandro Liberati, Sofia Coiatelli, Lovepreet Sunda, Gabriele Riccabella.
Proponiamo, con il seguente trattato, la dimostrazione del sollevamento della casa del celebre film d'animazione della Pixar Animation Studios, del regista Pete Docter e uscito nell'anno 2009, Up!
Quanti di noi non hanno mai sognato di alzarsi in volo con la forza dei palloncini, in direzione di una meta sconosciuta e in compagnia di un anziano pensionato apparentemente misantropo? Questo è quello che ha tentato di rappresentare la Pixar e vogliamo presentarvi, per questo motivo, uno studio che prenda in esame la spinta aerostatica necessaria per sollevare una casa simile a quella del film.
A detta dei produttori, vengono utilizzati 10286 palloncini, saranno abbastanza?

Dati:

Abbiamo preso in considerazione un'abitazione di 2 piani, di 49 m^2 ciascuno, di conseguenza con un volume di 343 m^3. Dopo una serie, di ricerche abbiamo stabilito che il peso medio di un'abitazione di questa tipologia, costruita in legno di conifera o pioppo (dai 4 ai 6 kN/m^3), con un manto di copertura in scandole, nove pilastri portanti e pareti divisorie, anch'essi in legno, senza fondamenta, sarebbe di 220000 kg circa.

La decisione di prendere come gas in esame l'Elio (He), la cui densità è di 0,1784kg/m^3, nonostante un elemento differente come l'Idrogeno (H) sarebbe stato più efficiente perché più leggero (la densità dell'idrogeno è infatti di 0,0899 kg/m3 a 0°C e 1 atm), è stata dettata, oltre che per essere più vicini alle scene del film, dalla natura inerte del gas, che avrebbe in questo modo evitato un disastroso incendio al povero Carl, protagonista del film e proprietario dell'abitazione.

Il tipo di palloncino che abbiamo deciso di prendere in considerazione ha un raggio di 20 cm e sgonfio pesa 10 g.

Un altro dato fondamentale è la densità dell'aria, ovvero 1,23 kg/m^3 .

Dimostrazione: quanti palloncini occorrono

Per capire quanti palloncini occorrono dobbiamo introdurre la spinta aerostatica, che si basa sul principio di Archimede. Il principio afferma che ogni corpo immerso in un fluido riceve una spinta verticale dal basso verso l'alto pari al peso del volume di fluido spostato. Poiché anche l'aria è un fluido, ogni corpo nell'atmosfera è sottoposto a una forza di Archimede, detta in questo caso spinta aerostatica. È altrettanto fondamentale sapere che, per far sì che un corpo si sollevi nell'aria, la sua forza peso deve essere inferiore alla spinta aerostatica.

Sappiamo, quindi, che la spinta aerostatica totale dei palloncini e della casa deve essere maggiore della forza peso totale, secondo la seguente impostazione di disequazione:

Spinta aerostatica totale > forza peso totale

La casa presa in esame, come è stato prima enunciato, ha una massa di 220000 kg ($2{,}2 \times 10^5$ kg equivalgono, di conseguenza, a $2{,}2 \times 10^8$g). Per calcolare la forza peso della casa basterà quindi moltiplicare questo dato per l'accelerazione gravitazionale:

$$P\ casa = 2{,}2 \times 10^5\ Kg \times 9{,}8\ N/Kg = 21{,}56 \times 10^5\ N = 2{,}156 \times 10^6\ N$$

Ora dobbiamo calcolare la forza peso del palloncino, ma, per farlo, dobbiamo prima ricavare quanto corrisponda la massa dell'elio nel palloncino gonfio: per fare ciò, abbiamo bisogno del volume occupato dal palloncino gonfio, ovvero il volume occupato dall'elio. Per calcolare il volume del palloncino usiamo la formula per il volume della sfera ovvero $V = 4/3 \cdot \pi \cdot r^3$. Al fine di agevolarci, trasformiamo già i 20 cm del raggio in 0,2 m.

$$V = 4/3 \cdot \pi \cdot (0{,}2\ m)^3 = 0{,}034\ m^3 = 3{,}4 \times 10^{-2}\ m^3$$

Ora possiamo ottenere la massa dell'elio contenuto in ogni palloncino, moltiplicando il volume che occupa per la densità dell'elio, ovvero $0{,}1784 kg/m^3$.

$$m\ dell'elio = \rho \times V = 1{,}784 \times 10^{-1}\ kg/m^3 \times 3{,}4 \times 10^{-2}\ m^3 = 6{,}066 \times 10^{-3}\ kg$$

Grazie alla massa dell'elio, ricaviamo così la forza peso di ogni singolo palloncino. É importante, però, ricordare di sommare la massa del palloncino sgonfio ($10g = 0{,}01kg = 1 \times 10^{-2}$ Kg) alla massa dell'elio contenuto in quelli gonfi.

$$m\ totale = m\ elio + m\ p.sgonfio = 6{,}066 \times 10^{-3}\ kg + 1 \times 10^{-2}\ Kg = 1{,}607 \times 10^{-2}\ Kg$$
$$P\ p. = m\ tot \times g = 1{,}607 \times 10^{-2}\ Kg \times 9{,}8\ N/Kg = 15{,}75 \times 10^{-2}\ N = 1{,}575 \times 10^{-1}\ N$$

È necessario poi calcolare la spinta aerostatica della casa e del singolo palloncino, che si ottiene moltiplicando la massa di aria spostata per l'accelerazione gravitazionale. La massa di aria spostata è a sua volta il risultato della densità dell'aria in cui il corpo è immerso per il volume della porzione del corpo immersa nell'aria.

Sintetizzando la formula, la spinta aerostatica corrisponde a ρ x Vim x g, in cui ρ x Vim corrispondo alla massa di aria spostata. Siccome sia la casa sia i palloncini sono immersi nell'aria nella loro interezza, è possibile ricavare il loro volume totale.

F casa = 1,23 kg/ m^3 x 343 m^3 x 9,8 N/Kg = 4134,52 N = 4,135 x 10^3 N
in questo caso la massa di aria spostata è di 421,89 kg

F ogni p. = 1,23 kg/ m^3 x 3,4 x 10^{-2} m^3 x 9,8 N/Kg = 40,98 x 10^{-2} N = 4, 098 x 10^{-1} N
in questo caso la massa di aria spostata è di 0,04182 kg

A questo punto, abbiamo tutti i dati da inserire nella nostra disequazione
(Spinta aerostatica totale > forza peso totale), che possiamo scrivere come:
Spinta aerostatica della casa + Spinta aerostatica di un singolo palloncino x n > forza peso della casa + la forza peso di un singolo palloncino x n, dove n è l'incognita che sta per il numero dei palloncini totali di cui avremo bisogno.

4,135 x 10^3 N + 4, 098 x 10^{-1} N n > 2,156 x 10^6 N + 1,575 x 10^{-1} N n
4, 098 x 10^{-1} N n - 1,575 x 10^{-1} N n > 2,156 x 10^6 N - 4,135 x 10^3 N
2,523 x 10^{-1} N n > 2,152 x 10^6 N
n > 2,152 x 10^6 N/2,523 x 10^{-1} N
n > 8.529.528,34

Affinchè la nostra casa voli, serviranno quindi almeno 8.529.528,34 palloncini, dei quali possiamo calcolare il volume totale:

Vtot = 8.529.528,34 palloncini x 3,4 x 10^{-2} m^3 = 290.003, 96 m^3

Conclusione:

Abbiamo quindi dimostrato che sollevare una casa nella suddetta modalità è possibile, ma il numero di palloncini necessari è di gran lunga superiore rispetto a quello dichiarato dagli animatori e produttori del lungometraggio. I palloncini necessari sarebbero più di 8 milioni con un volume di più di 290 mila m^3, il volume della cupola di San Pietro – per farvi comprendere la grandezza – è di "soli" 29 mila, di conseguenza sarebbero necessarie 10 cupole di San Pietro per eguagliare il volume occupato dai nostri palloncini; una missione di tale grandezza risulterebbe quindi assai ardua, anche solo per l'ingente numero di materie prime necessarie. L'inquinamento prodotto dall'estrazione del costoso gas, dal lattice dei palloncini e dall'esecuzione dell'esperimento sarebbe inoltre senza pari, meglio evitare.