LA FISICA DEL RIMBALZELLO

INTRODUZIONE
Il rimbalzello è uno dei pochi sport – anzi, forse l’unico – praticato da molti almeno una volta nella vita, ma conosciuto dai meno, almeno sotto questo nome. Sebbene varie persone possano ritenerli banali, i fenomeni fisici permettenti allo spettacolo di presentarsi non sono scontati, ed è per questo motivo che vogliamo fare chiarezza a riguardo.
Per semplicità di analisi si suppone che l’intero gesto atletico, rimbalzo ovviamente compreso, avvenga in condizioni ideali: lo specchio d’acqua è immobile; non sono presenti correnti ventose, pertanto la resistenza dell’aria è trascurabile; e complessivamente gli elementi di disturbo vengono eliminati.
Ora, senza ulteriori indugi, possiamo tuffarci nel vivo dell’elaborato.

DATI
Analizziamo lo schema di un ciottolo di forma cilindrica che rimbalza sull’acqua (figura 1). Siano:

- r il raggio del sasso
- h la sua altezza
- $\bar{\mathbf{v}}$ il vettore velocità inclinato secondo la sua traiettoria
- α l’angolo di attacco compreso tra la base del ciottolo e la superficie dell’acqua (indicata dall’asse x)
- β l’angolo d’impatto compreso tra la traiettoria del ciottolo e la superficie dell’acqua
- ω il valore della velocità angolare del sasso, misurato in radianti al secondo (rad/s)
- $\bar{\mathbf{n}}$ il versore perpendicolare alla superficie del ciottolo
- $\boldsymbol{\omega}$ il vettore velocità angolare, dato dalla formula $\boldsymbol{\omega} \equiv \omega\bar{\mathbf{n}}$

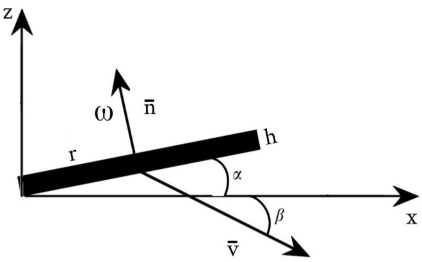
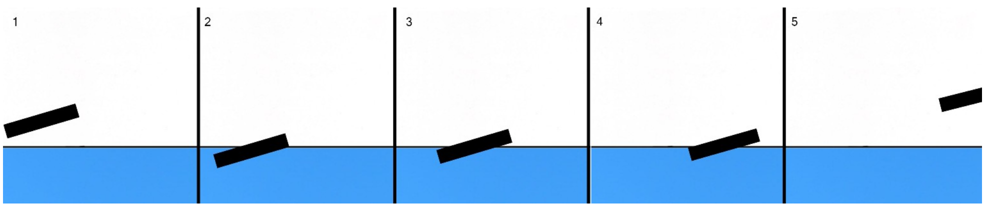
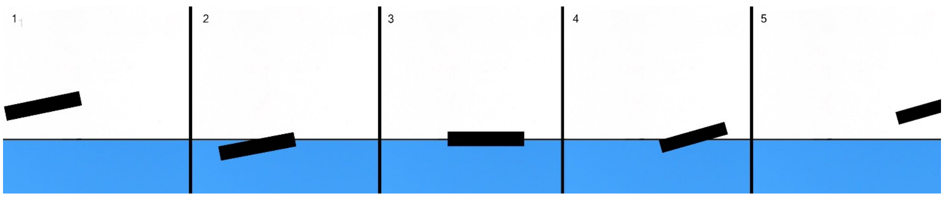


Figura 1

DESCRIZIONE DEL LANCIO
Dopo aver compiuto una parabola più o meno accentuata, il ciottolo raggiunge la superficie dell’acqua, e comincia la sua serie di rimbalzi… o forse no? Il dubbio è lecito: non esiste infatti un’unica tipologia di rimbalzi, ma più condizioni possono verificarsi. Osserviamole una ad una.



RIMBALZO
Poniamo il lancio di un ciottolo avente r = 2,5cm, h = 2,75mm, $|\bar{v}|$ = 3,5m/s, ω = 65rad/s, α = 20º, β = 20º: questo toccherà l’acqua, affondando leggermente sul retro e venendo quindi spinto contemporaneamente in avanti e in alto dalla stessa per un tempo di contatto τ ≈ 32ms. L’angolo α rimarrà costante: si tratta del tiro ideale. Ma non tutto è così semplice.

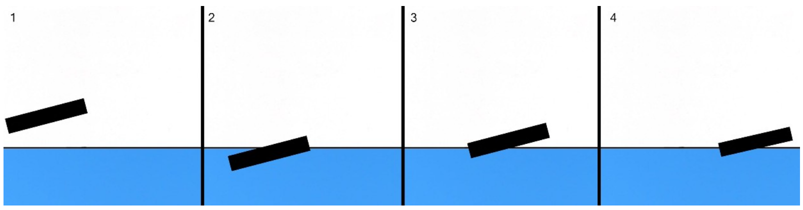


REGIME “DELLA TROTA”
Nel regime “della trota”, così chiamato dagli scienziati L. Rosellini, F. Hersen, C. Clanet e L. Bocquet, il sasso pur rimbalzando non mantiene α costante: l’angolo di attacco decresce a partire dall’impatto, fino a essere quasi uguale a zero. Ciò avviene per valori di ω medio-bassi: infatti lo scopo principale della velocità angolare risiede nell’effetto giroscopico,

per il quale il sasso tende a mantenere fisso il piano su cui sta ruotando, ma solo finché la velocità angolare ω è sufficiente, condizione che non è rispettata appieno in questo regime.

AFFONDAMENTO

Cosa succederebbe se la pietra avesse $\omega = 0$rad/s? Tramite ciò che è stato detto nel paragrafo precedente, è molto facile supporlo: l’effetto giroscopico sarebbe inesistente, pertanto a contatto con l’acqua α diminuirebbe fino a $\alpha = 0$, quindi affonderebbe. Da queste osservazioni si può dedurre che la velocità angolare è essenziale affinché il rimbalzo avvenga, e può farlo variare. Attenzione però: questa variazione non dipende certamente solo da questo fattore, come vedremo in seguito.



NAVIGAZIONE SULL’ACQUA

Questo regime di rimbalzi è la naturale evoluzione del classico saltello del ciottolo: infatti avviene quando la sua velocità $\overline{\mathbf{v}}$ e il suo angolo β non permettono più una traiettoria parabolica dello stesso, impedendo al sasso di levarsi in aria. Così facendo, rimane sempre a contatto con l’acqua sul retro, mantenendo costante il valore di α.

PERCHÉ IL CIOTTOLO RIMBALZA?

Avendo esaminato i vari tipi di salto del ciottolo sulla superficie dell’acqua, ci poniamo ora la fatidica domanda: perché rimbalza? Risponderemo a questo quesito in due sezioni, descriventi rispettivamente le condizioni affinché il rimbalzo avvenga, e la grandezza fisica che lo permette.

CONDIZIONI NECESSARIE PER IL RIMBALZO

Si osservi innanzitutto il variare della velocità angolare ω. Ponendo $\omega = 0$ il sasso non può effettuare il salto. Al crescere di ω, poi, diminuisce il tempo di contatto con l’acqua τ, stabilizzandosi a $\tau \approx 30$ms per $\omega \geq 45$rad/s, anche se questi dati potrebbero leggermente variare a seconda delle caratteristiche fisiche della pietra.
Da notare inoltre che, affinché il ciottolo rimbalzi, è necessaria la presenza di un valore limite$|\overline{\mathbf{v}}| \geq |\overline{\mathbf{v}}_{\mathbf{min}}|$, dove $|\overline{\mathbf{v}}_{\mathbf{min}}|$ è il valore minimo di velocità al di sotto della quale il sasso affonda.
Analizzando poi la correlazione tra $\overline{\mathbf{v}}_{\mathbf{min}}$ e α, e tra α e β, si trova che il salto non avviene per ogni loro valore: il tiro perfetto dovrebbe avere $\alpha = 20^\circ$, $\beta = 20^\circ$.
Si può poi esaminare α anche in funzione di τ: in tal caso si ricava nuovamente $\alpha = 20^\circ$ come dato ideale, con il tempo di contatto con l’acqua $\tau \approx 30$ms. Per valori di α maggiori o minori, τ tende ad aumentare.

LA FORZA DI SOLLEVAMENTO IDRODINAMICA

Affinché rimbalzi sull’acqua, il ciottolo deve essere sollecitato dall’azione di una forza, che chiameremo forza di sollevamento dell’acqua F_s. Come possiamo però definirla matematicamente?
Le nostre ipotesi iniziali si sono orientate prevalentemente sulla tensione superficiale dell’acqua, e su come essa potesse fare da “trampolino elastico” per il sasso, permettendogli di balzare. Credevamo inoltre che lo schizzo d’acqua, protendendosi in avanti, venisse utilizzato dalla pietra come una pista per levarsi in aria, e che detta pista cominciasse da sott’acqua, dove si forma una cavità irregolare. Supponevamo poi che la spinta di Archimede avrebbe avuto un effetto non trascurabile per il salto, ed infine che la conservazione del momento angolare del ciottolo avesse un ruolo determinante nel favorire il decollo.

Fortunatamente abbiamo trovato una formula che risolve i nostri dubbi (fonte: “Skipping Stones”, di L. Rosellini, F. Hersen, C. Clanet, L. Bocquet):

$$F_s = C_s \rho v^2 S_{bagnata} \sin(\alpha + \beta)\overline{\mathbf{n}}$$

Dove F_s = Forza di sollevamento idrodinamica, C_s = coefficiente di sollevamento (per l’acqua è ≈ 0,5), ρ = densità del liquido, v^2 = modulo della velocità del ciottolo elevato alla seconda, $S_{bagnata}$ = superficie del

ciottolo in contatto con l’acqua, α = angolo di attacco del ciottolo, β = angolo di impatto del ciottolo, $\bar{\mathbf{n}}$ = versore perpendicolare alla superficie del ciottolo.
Da notare come $S_{bagnata}$ dipenda dall’altezza del sasso lungo l’asse z, variando durante il rimbalzo. Per una pietra circolare, si può calcolare tramite la formula

$$S_{bagnata} = r^2(\cos^{-1}(1 - s/r) - (1 - s/r)\sqrt{1 - (1 - s/r)^2})$$

dove $s = |z|/\sin(\alpha)$ indica la lunghezza massima immersa. Si mette in evidenza come la coordinata sull’asse z sia posta come valore assoluto: infatti secondo il sistema di riferimento precedentemente definito (figura 1) risulterebbe una grandezza negativa.

ANALISI DI PIÙ RIMBALZI

Abbiamo sinora analizzato il singolo rimbalzo, ma cosa accade quando il ciottolo ne ripete vari? Certamente non saranno tutti identici al primo: cosa fa sì che il sasso affondi? Può modificare il modo in cui salta? Cerchiamo di rispondere a queste domande.

COSA FA AFFONDARE LA PIETRA?

Le supposizioni che sono state inizialmente fatte ipotizzavano che la componente orizzontale $\bar{\mathbf{v}}_x$ della velocità del ciottolo diminuisse a ogni rimbalzo per azione dell’attrito con l’acqua.
Non saremmo potuti essere più nel torto. Infatti $\bar{\mathbf{v}}_x$ varia di una quantità insignificante: ciò che viene modificato è l’angolo di impatto β, che decresce dopo ogni contatto con l’acqua; pertanto è la componente verticale $\bar{\mathbf{v}}_y$ della velocità a ridursi.
Riassumendo, la pietra non affonda a causa di una perdita di energia cinetica, bensì perché la sua traiettoria diviene sempre più parallela alla superficie del liquido, facendo diminuire $\bar{\mathbf{v}}_y$ finché $\bar{\mathbf{v}}$ raggiunge il valore di $\bar{\mathbf{v}}_{min}$, non permettendo più il rimbalzo.
Si osserva che l’inabissamento del ciottolo può avvenire per svariate cause: una tra tutte ω = 0rad/s, o ancora a causa di fattori esterni che modifichino la traiettoria del sasso.

CALCOLO DEL NUMERO DI RIMBALZI

È possibile studiare piuttosto facilmente il numero di rimbalzi che verranno compiuti dal ciottolo: dopo una determinata collisione *n*, si calcolano $|\bar{\mathbf{v}}|$ e β al tempo $t = \tau$. Questi valori saranno poi utilizzati come dati iniziali per calcolare il prossimo salto *n* + 1 del sasso: si ripete ciò finché questo non è più in grado di sollevarsi in aria, ossia quando $|\bar{\mathbf{v}}| < |\bar{\mathbf{v}}_{min}|$.
Ovviamente questa è una semplificazione: si analizza infatti la situazione come se si fosse sempre in un regime di rimbalzo – fino all’affondamento. Ma cosa accade realmente?

VARIAZIONE DEI REGIMI DI SALTO DEL CIOTTOLO

Poniamo un ciottolo in regime di rimbalzo: esso non rimarrà in questo stato fino all’affondamento, ma passerà prima per il regime di navigazione sull’acqua, o se ω – normalmente dalle variazioni irrilevanti – venisse modificato da fattori esterni si potrebbe trovare per qualche salto anche nel regime “della trota”. La differenziazione di questi dipende da fattori precedentemente accennati nella descrizione dei singoli.

CONCLUSIONI

Il ciottolo può rimbalzare secondo vari regimi non casuali, ma ipotizzabili conoscendo le condizioni secondo le quali il sasso si muove, pur mantenendo una traiettoria parabolica da salto a salto; la spinta su di esso è data dalla forza di sollevamento idrodinamica, agente quando la pietra è a contatto con il liquido; affinché rimbalzi, deve possedere una velocità minima al di sotto della quale affonda; gli angoli ideali sono $\alpha = 20^o$ e $\beta = 20^o$, ma per ottenerli non è necessario, come molti pensano, lanciare il ciottolo piegando l’intero busto quasi parallelo all’acqua – esistono infatti casi nei quali un sasso lanciato da un ponte sul fiume sottostante rimbalzi svariate volte.
Teniamo a ripetere che ogni considerazione è stata fatta in condizioni ideali, e che ovviamente il tipo di pietra può far variare non di poco il rimbalzo: meglio se piatta e circolare, ma con uno o due spigoli per far sì che il dito indice imprima la più alta quantità di moto rotatorio.